2019 年 7 月 6 日

物理 試験問題

(120 分)

[注意事項]

1) 問題は I ～ III の 3 問あります。3 問すべてに解答すること。

2) 解答は問題毎に別の解答用紙（計 3 枚）に記入すること。
各解答用紙に受験番号と氏名，問題番号を記入すること。

3) 試験開始後は退室できません。

I

水平と角度 α をなす斜面を半径 a，質量 M の球が転がり下る運動を考える。初速度は 0 で，球と斜面の間に滑りはなく，重力加速度は g とする。以下の問いに答えなさい。問題の解答に必要な物理量があれば，それを表す記号は各自が定義し，解答用紙に明示しなさい。また，解答の導出過程も示しなさい。

問 1　半径 a，質量 M の内部まで一様な球の場合，球の中心を通る軸のまわりの慣性モーメントが $2Ma^2/5$ であることを，慣性モーメントの定義から計算過程を省略せずに示しなさい。

問 2　球と斜面を図示し，球にはたらく力とその名前を全て図に示しなさい。また，その力の記号を自分で定義して図に記入しなさい。

問 3　問 2 の記号も使って，一様な球の重心と回転の運動方程式を示しなさい。また，球と斜面の間に滑りがない場合，重心運動を表す物理量と，回転運動を表す物理量との間に成り立つ関係式を示しなさい。

問 4　問 3 の結果を使って，一様な球の斜面方向の重心加速度と，球が斜面から受ける摩擦力を求めなさい。

問 5　この系の力学的エネルギーが保存するか，しないか答えなさい。また，その解答の根拠を力学的エネルギーを計算して示しなさい。

問 6　密度が内部まで一様な球と，質量が表面に一様に分布している中空の球がある。２つの球は直径も質量も同じである。同時に斜面を転がり始めた後，どちらが速く転がるか，これまでの結果を用いて理由を説明して解答しなさい。

II

真空中に無限に長い直線状導線が置かれている。以下の問いに答えなさい。問題の解答に必要な物理量があれば，それを表す記号は各自が定義し，解答用紙に明示しなさい。また，解答の導出過程も示しなさい。

問 1　導線に定常電流 I が流れているとする。このとき，導線から距離 r の点にできる磁束密度の向きと大きさを答えなさい。

問 2　導線に電流を流す代わりに，今度は導線を線電荷密度 λ $(\lambda > 0)$ で一様に帯電させた。このとき，導線から距離 r の点にできる電場の向きと大きさを答えなさい。

次に，図 1 に示されているように内径 R，外径 $R+\delta$ の無限に長い円筒導体を考える。このとき，問 2 での線電荷密度 λ をもつ導線は円筒導体の中心に置かれ，円筒導体は接地されているものとする。以下の問いに答えなさい。

問 3　一般に，静電場中にある導体内部の電場はゼロであることを説明しなさい。また，導体内部に電荷は存在せず，電荷は導体の表面にのみ存在し得ることを説明しなさい。

問 4　円筒導体内部 $(R < r < R+\delta)$ の電場がゼロとなるために，円筒導体に電荷が現れる。そのとき，電荷の分布がどのようなものか，理由とともに答えなさい。また，円筒導体外側 $(r > R+\delta)$ の電場を測定することで，線電荷密度 λ の導線の存在を知ることができるか，理由とともに答えなさい。

問 5　円筒導体を接地する代わりに絶縁した場合，円筒中心から (i) $0 < r < R$, (ii) $R < r < R+\delta$, (iii) $r > R+\delta$ の点での電場を求めなさい。ただし，絶縁前に円筒導体は帯電していないものとする。

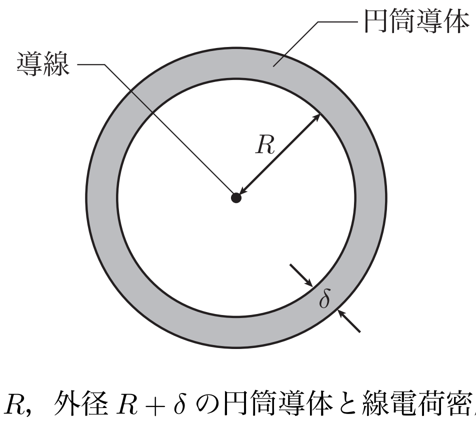

図 1: 内径 R，外径 $R+\delta$ の円筒導体と線電荷密度 λ をもつ直線状導線。それぞれ紙面と垂直に無限に伸びている。

III

以下の問いに答えなさい。解答に必要な物理量があれば各自が定義し，解答用紙に明示しなさい。また，解答の導出過程も示しなさい。

問 1　真空中の電場と磁場は次のタイプの波動方程式にしたがう。

$$\left[\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\partial^2}{\partial y^2}-\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right]f(t,x,y,z)=0 \tag{A}$$

ここで，ε_0 と μ_0 はそれぞれ真空中の誘電率と透磁率である。

(1) 波動方程式 (A) から $\varepsilon_0\mu_0$ の次元を求めなさい。また，$(\varepsilon_0\mu_0)^{-1/2}$ の具体的な数値を求めることによって，$(\varepsilon_0\mu_0)^{-1/2}$ はどのような物理定数に対応すると考えられるか答えなさい。ただし，$\varepsilon_0 \simeq 8.85\times10^{-12}\,\mathrm{F/m}$, $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{H/m}$ である。（ここで，F はファラド，H はヘンリーで，$\mathrm{FH}=\mathrm{s}^2$ である。）

(2) 次の平面波解を考える。

$$f(t,x,y,z)=N\sin(\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}+\theta_0) \tag{B}$$

ここで，N,ω,θ_0 は定数，$\vec{k}=(k_x,k_y,k_z)$ は 3 次元定数ベクトル，$\vec{k}\cdot\vec{r}=k_xx+k_yy+k_zz$ である。(B) で与えられる $f(t,x,y,z)$ が，(A) の解となるための条件を導きなさい。

(3) 平面波解 (B) で $\vec{k}=(k,0,0)$ の場合，(i) 振動数，(ii) 波長，および (iii) 位相速度を与えられた文字を用いて求めなさい。また，位相速度の大きさは k に依存するか，理由とともに答えなさい。

(4) $f_1(t,x,y,z)$ および $f_2(t,x,y,z)$ がともに波動方程式 (A) を満たすとする。このとき，α_1,α_2 を任意の定数として，$\alpha_1f_1(t,x,y,z)+\alpha_2f_2(t,x,y,z)$ も (A) の解であることを示しなさい。また，この結果は波のどのような性質を表すものか，答えなさい。

問 2　質量 m をもつ 2 つの質点が，質量の無視できる長さ l の固い棒の両端に取り付けられている。1 つの質点は原点にあり，もう 1 つの質点は y 軸上の正の位置にある。原点にある質点にごく短い時間, 撃力を加えることで x 軸正方向に力積 Δp 加えた。この系には撃力以外の力は働いていないものとする。この運動について次の問に答えなさい。

(1) この系の重心に対する x,y 方向の速度を v_x,v_y として，運動量の変化を x,y 成分に分けて答えなさい。また，重心回りの角速度 ω（反時計回りを正）を答えなさい。

(2) この系はどういう運動をするか説明しなさい。

(次ページへ続く)

問３ 距離 $2L$ 離れた２点Ａ とＢに，それぞれ $-q$ と $+q$ の電荷がある。真空中において，AB の中点Ｏから，AB と θ の角度をなし，距離 r 離れた点での電位を求めなさい。また，その点での電場の r 方向成分と θ 方向成分を求めなさい。なお，$r \gg L$ とし，導出過程を省略せずに解答しなさい。ただし，真空中の誘電率を ε_0 とする。