

2020年8月26日

## 物理 I 試験問題

(150分)

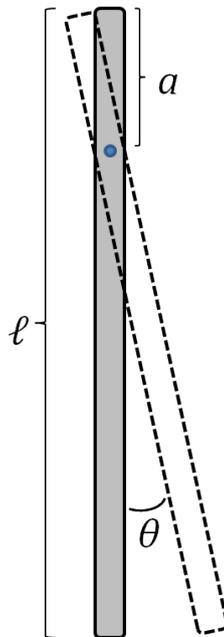
### [注意事項]

- 1) 問題は I ~ IV の 4 問あります。4 問すべてに解答すること。
- 2) 解答は問題毎に別の解答用紙 (計 4 枚) に記入すること。ただし, 問 IV は作図用の別紙解答用紙が 1 枚あります。各解答用紙に受験番号と氏名, 問題番号を記入すること。
- 3) 試験開始後は退室できません。

# I

長さ  $\ell$  で一様な密度を持つ質量  $m$  の細い棒がある。この棒の端から長さ  $a$  ( $0 \leq a < \ell/2$ ) の位置に空けた小穴に糸を通して支点とし、図のように棒をぶら下げたときの運動を考える。重力加速度を  $g$  とし、棒の太さは無視できるものとする。また、糸はたわむことはなく、糸と棒の摩擦は無視できるものとする。以下の問 1～問 5 に答えなさい。

- 問 1 支点を通る糸を軸とする慣性モーメントが、 $\frac{m}{3}(\ell^2 - 3\ell a + 3a^2)$  となることを導きなさい。
- 問 2 棒が図の点線のように鉛直方向から支点を中心に角度  $\theta$  傾けた時に増加する位置エネルギーを求めなさい。また、重力により棒に与えられる力のモーメントの大きさを求めなさい。
- 問 3 棒が支点を中心として、角速度  $\dot{\theta}$  で動くとき、この棒の持つ運動エネルギーを求めなさい。
- 問 4 この棒を微小角度だけ傾けて、ゆっくり手を離した。棒が支点を中心として振動する周期を求めなさい。
- 問 5 棒の振動周期が最も短くなるときの支点の位置  $a$  を求めなさい。



## II

真空中に半径  $a_1$  の円形の回路 1 と半径  $a_2$  の円形の回路 2 が、中心を一致させて同一平面上におかれている。ここで  $a_1 \gg a_2$  とし、回路 1 と回路 2 の自己インダクタンスをそれぞれ  $L_1$  と  $L_2$ 、真空の透磁率を  $\mu_0$  とする。また、回路 1 と回路 2 の抵抗は無視できるものとする。以下の問 1～問 5 に答えなさい。

問 1 回路 1 のみに電流  $I_1$  が流れている時、その中心に生じる磁束密度を答えなさい。また、この時の磁場のエネルギーを、 $L_1$  を用いて答えなさい。なお、導出過程は不要です。

問 2 回路 1 と回路 2 の間の相互インダクタンス  $M$  を、導出過程を示して求めなさい。

問 3 回路 1 に電流  $I_1$  を流しつづけたまま、回路 2 に電流を流しはじめた。回路 2 の電流が  $I$  になったとき、回路 1 と回路 2 それぞれを貫く磁束を答えなさい。また、 $I$  が時間的に変化する時、各回路に生じる誘導起電力は式を用いてどのように表すことができるか答えなさい。

問 4 ここまでの結果を用いて、回路 1 と回路 2 にそれぞれ電流  $I_1$  と  $I_2$  を流している時、磁場のエネルギーは

$$U = \frac{1}{2}L_1I_1^2 + MI_1I_2 + \frac{1}{2}L_2I_2^2$$

であることを、導出過程を含めて示しなさい。

問 5  $L_1 = 0.10$  mH,  $L_2 = 1.0 \times 10^{-2}$   $\mu$ H,  $M = 5.0$   $\mu$ H,  $I_1 = 1.0$  mA,  $I_2 = 0.10$  A の場合の磁場のエネルギーを求めなさい。また、このエネルギーを容量  $0.50$   $\mu$ F のコンデンサーの電場のエネルギーに変換したとすれば、コンデンサーの極板の電荷がいくらになるか、導出過程を示して有効数字 2 桁で求めなさい。

### III

図 1 はピアノの構造を簡略化した模式図である。ピアノは、鍵盤を叩くことで鍵盤にとりつけられているハンマーが 2 本の支柱の間に張ってある弦を叩き、弦が振動することにより音が出る。長さ  $l$  で一様な線密度  $\lambda$  の弦が、 $x$  軸に沿って張力  $T$  で張られている場合を考える。弦が振動するとき、変位は微小で  $\lambda$  や  $T$  の変化は無視できるものとし、弦は  $y$  軸方向にのみ振動するとする。以下の問 1～問 5 に答えなさい。

問 1 図 2 に示すように、時刻  $t$  で弦が平衡位置から  $y$  軸方向にわずかにずれた。A 点の位置を  $x$ 、時刻  $t$  での  $y$  方向の変位を  $y(x, t)$  とし、このときの  $x$  軸と弦のなす微小角を  $\theta$  とする。また、A 点からわずかに離れた B 点の位置を  $x + \Delta x$ 、時刻  $t$  における B 点での変位を  $y(x + \Delta x, t)$  とし、このときの  $x$  軸と弦のなす微小角を  $\theta + \Delta\theta$  とする。微小部分  $\overline{AB}$  が従う運動方程式の  $x$  成分、 $y$  成分を書き表しなさい。

問 2  $\theta \ll 1$  であるとき、問 1 で求めた運動方程式から、弦を伝わる波が従う波動方程式を求めなさい。また、弦を伝わる波の速さ  $v$  を求めなさい。

必要であれば

$$\sin \theta \approx \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}, \quad \sin(\theta + \Delta\theta) \approx \frac{\partial y(x + \Delta x, t)}{\partial x}$$

であることを用いなさい。

問 3 弦を伝わる波が従う波動方程式の一般解は

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(k_n x) \sin(\omega_n t + \phi_n)$$

のようなフーリエ無限級数で表される。このとき  $k_n$  が満たす条件を求め、固有振動数  $f_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を求めなさい。

問 4 図 1 において  $t = 0$  で  $x = a$  に撃力をあたえた。  $D$  を定数とし、初速が

$$\left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)_{t=0} = D\delta(x - a)$$

であるとき、問 3 で与えた一般解の定数  $A_n$  と  $\phi_n$  を求めなさい。ただし、時刻  $t < 0$  で弦は平衡状態にあり変形していないものとする。

問 5 固有振動の腹となる位置と節となる位置を求めなさい。つぎに、固有振動の腹の部分に撃力をあたえたときと節の部分に撃力をあたえたときの違いを説明しなさい。ただし、時刻  $t < 0$  で弦は平衡状態にあり変形していないものとする。



図1

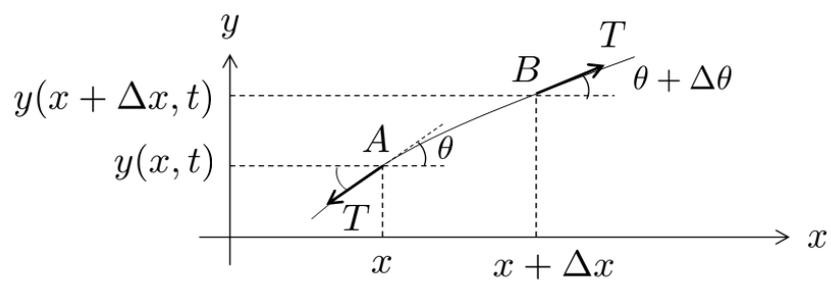


図2

## IV

精密測定法の一つのブリッジ法を考える。典型的な抵抗ブリッジは図1の回路で表される。 $R_1, R_2, R_3, R_X$  は抵抗であり, G は検流計である。この回路について以下の問1~問6に答えなさい。

問1 検流計 G が取り外されていて, 抵抗がそれぞれ  $R_1 = r_1, R_2 = r_2, R_3 = r_3, R_X = r_X$  であるとき, この回路の合成抵抗  $R$  はいくらになるか答えなさい。また, 直流電圧  $V$  が印加されているとき AB 間に流れる電流  $I$  を求めなさい。

問2  $R_3$  は可変抵抗で,  $R_X$  が計測したい抵抗である。抵抗  $R_3$  が  $r$  のとき G を流れる電流がゼロであった。このとき EF 間の電位差はいくらか答えなさい。さらに  $R_X$  の抵抗値  $r_X$  を  $r_1, r_2, r$  で表しなさい。

次に, このブリッジ法を交流測定に応用し, コンデンサーの電気容量を測定する場合を考える。

問3 この問の解答は別紙解答用紙に記入しなさい。

図2のような RC 回路を用意する。交流電源の電圧を測定するには, デジタルマルチメータをどのように結線したらよいか別紙解答用紙上のデジタルマルチメータと回路の間を線で結びなさい。また, デジタルマルチメータで交流電圧を測定したところ 7.07 V であった。このときのデジタルマルチメータのダイヤルはどの位置であるかダイヤルを矢印で図示しなさい。

さらに, 交流電源の電圧をオシロスコープで測定したところ 1 kHz の正弦波であった。オシロスコープの電圧軸のレンジの設定値が 5 V/DIV, 時間軸のレンジの設定値が 200  $\mu$ s/DIV であったときのオシロスコープに現れる波形を図示しなさい。

問4 図2の抵抗を  $R$ , コンデンサーの電気容量を  $C$  として, 交流電源の角周波数を  $\omega$  としたときの SU 間の複素インピーダンスはいくらか, 答えなさい。

問5 図2の U 点を GND としたとき, SU 間と TU 間の電圧の絶対値の比  $\left| \frac{V_{TU}}{V_{SU}} \right|$  を答えなさい。また, 交流電源の周波数が 1 kHz, 抵抗が 10 k $\Omega$ , 電気容量が  $2.76 \times 10^{-2}$   $\mu$ F であったとき,  $\left| \frac{V_{TU}}{V_{SU}} \right|$  はいくらか, 有効数字一桁で答えなさい。

問6 図3の回路を考える。EB 間のコンデンサーの電気容量が  $C_3$  のとき G に流れる電流はゼロになった。 $C_X$  の電気容量を求めなさい。

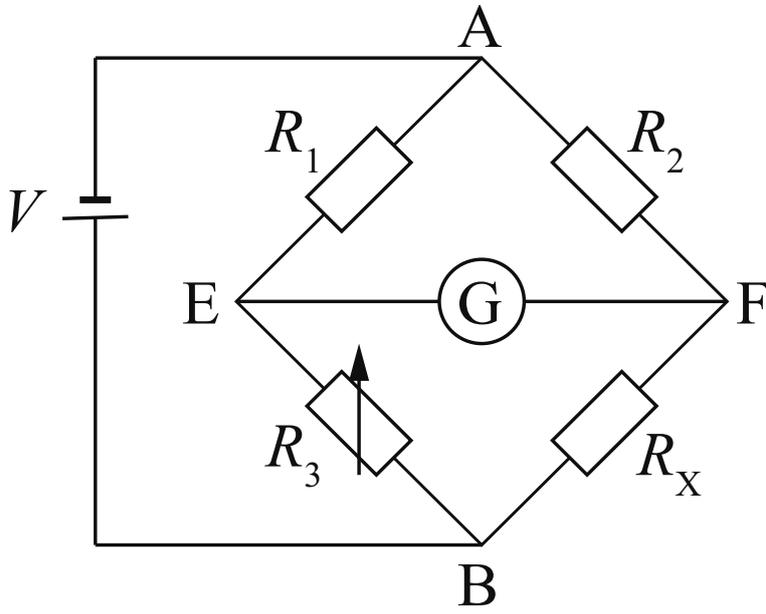


图 1

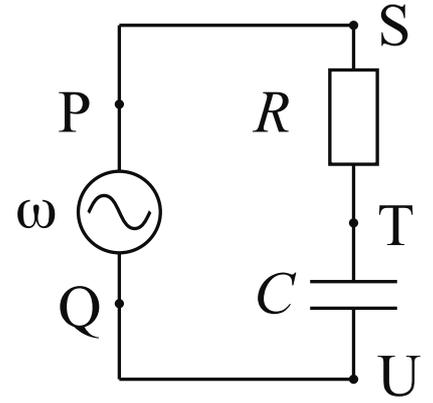


图 2

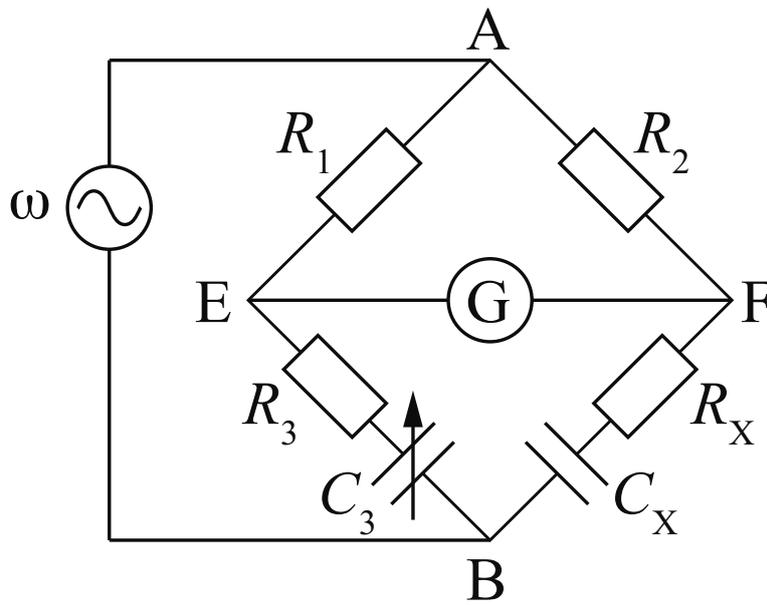


图 3