

2023年8月22日

物理I 試験問題 (120分)

[注意事項]

- 1) 問題は I ~ III の 3 問あります。3 問すべてに解答すること。
- 2) 解答は問題毎に別の解答用紙 (計 3 枚) に記入すること。
各解答用紙に受験番号と氏名, 問題番号を記入すること。
- 3) 試験開始後は退室できません。

I

半径 r 、質量 M の密度一様な薄い円板があり、円板の中心には長さ 2ℓ の回転軸 A-B が対称についている。図のように円板を角速度 ω_0 で回転させ、A を軸受で支えたところ、円板は図のように A のまわりに角速度 ω_1 で歳差運動を始めた。回転軸は水平面に平行であり、回転軸の質量は無視できるものとする。また、円板の角速度の絶対値 $|\omega_0|$ は十分に大きいものとし、軸受は鉛直方向を軸に自由に回転できるものとする。以下の問 1~5 に答えなさい。必要な物理量があれば各自で定義して用いてもよい。

問 1 円板の回転軸に関する慣性モーメント I を求めなさい。

問 2 円板の回転軸まわりの回転に対する角運動量を求めなさい。なお、歳差運動による角速度 ω_1 は無視して良い。

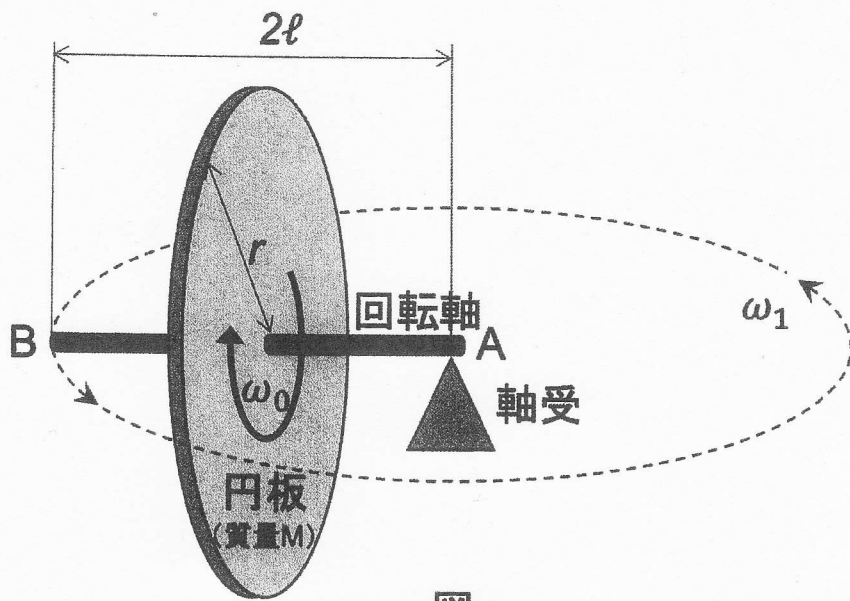
問 3 円板の回転軸まわりの角運動量を \vec{L} 、歳差運動の角速度ベクトルを $\vec{\omega}_1$ とした時に、

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\omega}_1 \times \vec{L}$$

となることを示しなさい。

問 4 問 3 の歳差運動の角速度 ω_1 を、円板の回転の角速度 ω_0 を使って示しなさい。

問 5 A を軸受で支えたまま、B に質量 m のおもりを取り付けたところ、この状態でも回転軸はほぼ傾かずに歳差運動を続けた。このときの歳差運動の角速度を求めなさい。



図

II

以下の問 1 ~ 5 に答えなさい。ただし ϵ_0 を真空の誘電率、 μ_0 を真空の透磁率とする。必要な物理量があれば各自で定義して用いてもよい。

問 1 真空中の電場 $\vec{E}(\vec{r}, t)$ 、磁束密度 $\vec{B}(\vec{r}, t)$ が満たす Maxwell 方程式のうち 2 つは次に表される。残る 2 つの式を微分形で書きなさい。

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) &= 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) &= 0\end{aligned}$$

問 2 電磁場の Poynting ベクトル $\vec{S}(\vec{r}, t)$ を $\vec{E}(\vec{r}, t)$ 、 $\vec{B}(\vec{r}, t)$ を用いて表し、以下の式が成り立つことを示しなさい。

$$\frac{\partial}{\partial t} u(\vec{r}, t) + \vec{\nabla} \cdot \vec{S}(\vec{r}, t) = 0$$

ここで、電磁場のエネルギー密度 $u(\vec{r}, t)$ は

$$u(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2(\vec{r}, t) + \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} B^2(\vec{r}, t)$$

で与えられる。

電場が $\vec{E}(\vec{r}, t) = E_0 \sin(kx + \omega t) \vec{e}_z$ で表される電磁波が真空中を伝搬している。ここで $\vec{r} = (x, y, z)$ 、 \vec{e}_z は z 方向の単位ベクトルである。また、 k は波数、 ω は角振動数を表す。

問 3 Maxwell 方程式を用いて、この電磁波の磁束密度 $\vec{B}(\vec{r}, t)$ を求めなさい。また、 $t = 0$ における $\vec{E}(\vec{r}, t)$ 、 $\vec{B}(\vec{r}, t)$ の様子を図示し、この電磁波はどの方向に進行するか答えなさい。また、電磁波の伝搬速度 c が $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ となることを示しなさい。

問 4 消費電力 100W の LED 電球が、消費電力の 60% を電磁波として放出している。電球を単色の点光源とみなすとき、電球から 2.0 m の距離における電場の振幅の値を有効数字 2 桁で答えなさい。

つぎに、電場が $\vec{E}_a(\vec{r}, t) = E_0 \sin(kx + \omega t) \vec{e}_z$ と $\vec{E}_b(\vec{r}, t) = E_0 \sin(kx - \omega t) \vec{e}_z$ と表される 2 つの電磁波が伝搬しているときを考える。

問 5 2 つの電磁波の重ね合わせで生じる電場の空間分布がどのようなになるか答えなさい。また $t = \frac{3\pi}{2\omega}$ のときはどうなるか答えなさい。

III

陽電子源とシンチレータを用いた実験を行う。シンチレータ内を荷電粒子が通過すると分子が電離され、荷電粒子がシンチレータに与えたエネルギーに比例した数の光子を発生する。光電子増倍管によって、この光子を電気信号として観測することができる。

図1のように、運動量 $1.0 \text{ MeV}/c$ の陽電子が、運動量に垂直な磁場 \vec{B} によって曲率半径 $r = 1.0 \text{ m}$ で 90° 曲げられ、シンチレータ A を通過する。その後、シンチレータ B の中でエネルギーを失い静止して、シンチレータ中の電子と反応して2つのガンマ線を生じる。これらのガンマ線はシンチレータ C と D で検出される。シンチレータの信号の測定は A、B、C、D の同時計測（同じ時間に信号が来たときにデータを取る）で行った。以下の問1～5に答えなさい。必要な物理量があれば各自で定義して用いてもよい。ただし陽電子の静止質量は $0.511 \text{ MeV}/c^2$ である。

- 問1 磁束密度 \vec{B} の大きさはいくら必要か求めなさい。
- 問2 ガンマ線は物質とどのような相互作用をするか、答えなさい。
- 問3 シンチレータ A と B はプラスチックシンチレータを、シンチレータ C と D には NaI シンチレータを採用した。この理由を簡潔に説明しなさい。
- 問4 このシンチレータ D ではエネルギーを 1.0 keV 与えられるごとに平均40個の光子が発生する。ガンマ線1個がシンチレータ D で全てのエネルギーを与えたときの光子数の平均 N を有効数字2桁で求めなさい。また光子がすべて光電子増倍管で検出されるとしたとき、ガンマ線のエネルギー分解能はどの程度か説明しなさい。ただし光子数の統計的な揺らぎのみを考慮する。
- 問5 シンチレータ D の光電子増倍管からの信号をオシロスコープで観測する。ガンマ線1個がシンチレータに全てのエネルギーを与えたとき、図2のような三角形の信号が観測された。この信号の電荷量を求め、光電子増倍管の増幅率を有効数字2桁で求めなさい。ただしオシロスコープの終端抵抗は 50Ω とする。

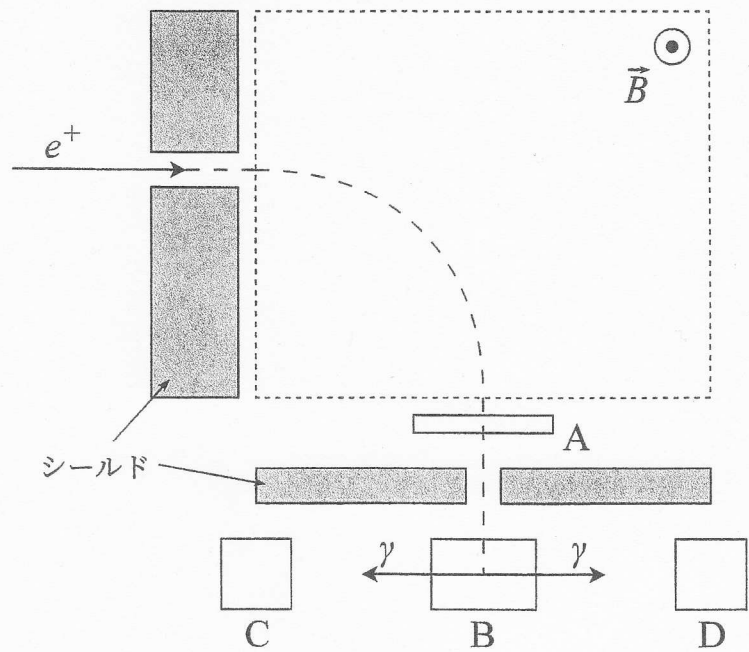


図1

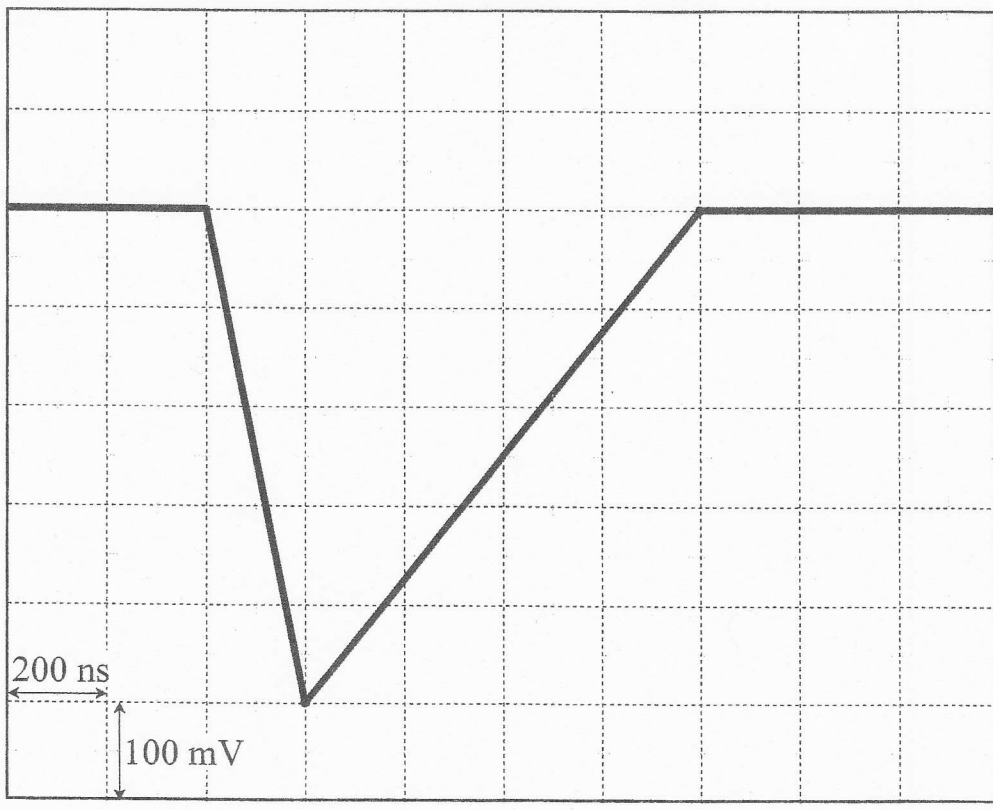


図2