

2023年7月1日

# 物理 試験問題

## (120分)

### [注意事項]

- 1) 問題は I ~ III の 3 問あります。3 問すべてに解答すること。
- 2) 解答は問題毎に別の解答用紙 (計 3 枚) に記入すること。  
各解答用紙に受験番号と氏名, 問題番号を記入すること。
- 3) 試験開始後は退室できません。

# I

図のような原点  $O$  を支点として運動するコマについて考える。コマの質量を  $M$ 、重心の位置ベクトルを  $\mathbf{r} = (x, y, z)$ 、重力加速度を  $\mathbf{g} = (0, 0, -g)$  とする。コマは細い棒でできた軸と、軸に対して回転対称で密度が一定な円盤部分からなっており、棒の質量は無視できる。コマの軸まわりの慣性モーメントを  $I$  とする。

問1 はじめ、コマは  $z$  軸上 ( $z > 0$ ) に重心をおいて、 $xy$  平面で見て反時計回りに一定の角速度 (大きさ  $\omega$ ) で高速回転していた。コマの円盤部分を微小部分に分け、その  $i$  番目の微小部分の位置ベクトルを  $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$ 、質量を  $m_i$ 、速度を  $\mathbf{v}_i$  とすると、原点  $O$  のまわりのコマの角運動量は  $\mathbf{L} = \sum_i m_i \mathbf{r}_i \times \mathbf{v}_i$  と表される。この角運動量が、コマの軸まわりの慣性モーメント  $I = \sum_i m_i (x_i^2 + y_i^2)$  を用いて  $|\mathbf{L}| = I\omega$  とあわせることを示しなさい。

次に、棒が図のように  $z$  軸から少しだけ傾いて、コマが軸の周りに同じ向きに角速度  $\omega$  で高速回転している場合を考える。

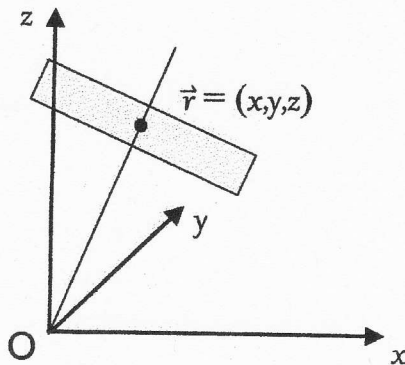
問2 コマの重心にはたらく原点  $O$  のまわりの力のモーメントを  $x, y, z$  成分について求めなさい。

問3 このときの運動を式を用いて記述しなさい。ここで  $\omega$  が十分大きいとき、原点  $O$  のまわりのコマの角運動量は近似的に

$$\mathbf{L} = I\omega \frac{\mathbf{r}}{r}$$

と表されるとする。また、 $r = |\mathbf{r}|$  である。特に運動の向きについて説明しなさい。

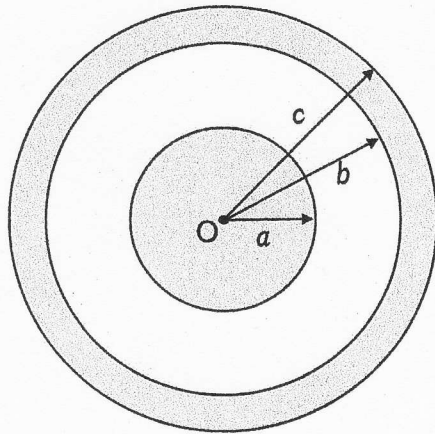
問4 円板の半径を  $2.0 \text{ cm}$ 、厚さを  $0.50 \text{ cm}$ 、密度を  $2.0 \text{ g/cm}^3$ 、 $r = 3.0 \text{ cm}$ 、 $\omega = 30\pi \text{ rad/s}$  としたとき、問3で説明した内容を定量的に評価しなさい。重力加速度  $g$  を  $9.8 \text{ m/s}^2$  とする。



## II

図のように半径  $a$  の金属球が内径  $b$ 、外径  $c$  の球状の金属殻によって覆われている。金属球と金属殻は中心を  $O$  とする同心で、互いに絶縁されている。金属球に電荷  $Q_1$ 、金属殻に電荷  $Q_2$  を与えた。 $Q_1 > 0$ 、 $Q_2 > 0$  とする。金属球と金属殻以外の部分は真空とし、真空の誘電率を  $\epsilon_0$  とする。

- 問1 中心からの距離  $r$  に対する電場を求め、その大きさを  $r$  に対して図示しなさい。
- 問2 中心からの距離  $r$  に対する電位を求め、 $r$  に対して図示しなさい。ここでは無限遠の電位を  $0$  とする。
- 問3 金属殻を接地すると、電場はどのようになるか説明しなさい。
- 問4 金属殻を接地する代わりに金属球と金属殻を導線でつないだとき、電場はどのようになるか説明しなさい。



### III

問1 静電ポテンシャル  $\phi(\mathbf{r}) = -\frac{E_0}{R}xy$  ( $E_0, R$  はいずれも定数で,  $E_0, R > 0$ ) の下で運動する電荷を考える。ここで,  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  は位置ベクトルである。

- (a)  $\mathbf{r}_1 = (2R, 3R, 0), \mathbf{r}_2 = (-3R, 2R, 0), \mathbf{r}_3 = (-2R, -3R, 0), \mathbf{r}_4 = (3R, -2R, 0)$  にある電荷  $q(> 0)$  にはたらく力  $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3, \mathbf{F}_4$  をそれぞれ求め, その向きを図示しなさい。
- (b)  $\mathbf{r}_5 = (-R, 2R, 3R)$  で負の電荷を静かに離れた。電荷は十分時間が経った後どう運動するか, 定性的に説明しなさい。
- (c) このポテンシャルの原点は, 不安定なつり合い点と呼ばれる。原点付近の静電ポテンシャルの概形を考察することで, そうと呼ばれる理由を説明しなさい。

問2 位置ベクトルを  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  とする。 $z$  軸上に, ベクトル  $\mathbf{e}_z = (0, 0, 1)$  の向きに直線電流  $I$  が流れている。この電流がつくるベクトルポテンシャルは,  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$  として

$$\mathbf{A} = \left( 0, 0, \frac{\mu_0 I}{2\pi} \log \frac{\rho_0}{\rho} \right) \quad (1)$$

とかける。この空間は真空で,  $\mu_0$  は真空の透磁率である。また,  $\rho_0(> 0)$  は定数である。

- (a) この空間の磁束密度  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  を式 (1) を用いて求めなさい。計算の途中経過も示しなさい。
- (b) この磁束密度がアンペールの法則を用いて求めた磁束密度と等しいことを示しなさい。

問3 (a) 図のように長さ  $L$  の弦が両端を固定され張力  $S$  で張られている。弦の線密度を  $\rho$  とする。弦を連続体とみなし,  $x$  と  $x + \Delta x$  の間の弦の微小部分に対する運動方程式から弦の横波の波動方程式を導きなさい。また, 弦を伝播する波の速度を求めなさい。ここで横波の変位は  $L$  に比べて十分に小さいとする。

(b) 弦の固有振動モードと固有振動数を答えなさい。

