

2022年8月23日

# 物理 I 試験問題

## (120分)

### 【注意事項】

- 1) 問題はI~IIIの3問あります。3問すべてに解答すること。
- 2) 解答は問題ごとに別の解答用紙（計3枚）に記入すること。  
各解答用紙に受験番号と氏名，問題番号を記入すること。
- 3) 試験開始後は退室できません。

# I

原点を中心とした中心力のもとで質量  $m$  の質点が平面運動をしている。質点の位置を極座標  $(r, \theta)$  で表し、質点のポテンシャルエネルギーを  $U(r)$  とする。以下の問 1~4 に答えなさい。

問 1 質点の速度の直交座標系での  $x, y$  成分  $v_x, v_y$  を  $r, \theta$  を用いて表しなさい。

問 2 質点の運動方程式を極座標で表しなさい。

問 3 極座標の原点  $r = 0$  のまわりの角運動量の大きさを  $l$  とする。 $r$  方向の運動に注目するため、質点の全エネルギー  $E$  を有効ポテンシャルエネルギー  $U_{\text{eff}}(r)$  を用いて

$$E = \frac{1}{2}m \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 + U_{\text{eff}}(r)$$

と表す。 $U_{\text{eff}}(r)$  を  $U(r)$  と  $l$  を含む式で表しなさい。

問 4 半径  $r_0$  の等速円運動をする質点に、 $r$  方向のわずかな速度を与えると、 $r$  方向の運動は  $r_0$  を中心とした微小な周期運動となった。この運動の周期を有効ポテンシャルエネルギーを使って表しなさい。

## II

電荷が一様に分布した半径  $a$  の球殻があり、球殻の内側と外側は真空である。球殻の面電荷密度を  $\sigma (> 0)$  として、以下の問 1 ~ 4 に答えなさい。ただし、真空の誘電率を  $\epsilon_0$ 、真空の透磁率を  $\mu_0$  とする。

問 1 球殻の内側と外側で、それぞれの電場の向きと大きさを求めなさい。ただし、球殻の中心からの距離を  $r$  とする。

問 2 静電ポテンシャルを  $r$  の関数として求め、その概形を描きなさい。ただし、無限遠での静電ポテンシャルをゼロとする。

次に、中心を通る回転軸の周りに角速度  $\omega$  でこの球殻を回転させる。

問 3 まず、定常電流  $I$  が流れている半径  $R$  の円電流について、中心軸上、円の中心から距離  $z$  の点における磁束密度の大きさを求めなさい。

問 4 問 3 の結果を使って、回転している球殻の中心における磁束密度の向きと大きさを求めなさい。

### III

図1に示すような、固体表面の凹凸を計測するために広く用いられているマイケルソン干渉計を考える。干渉計に入射する波長 $\lambda$ の光線は半透鏡によって2つに分けられ、それぞれ基準平面と試料面で反射する。その後、それぞれ半透鏡を通過、および反射し、レンズを通り撮像面で観測される。基準平面で反射した光線の撮像面における複素振幅を $E_r e^{ikL}$ とする。一方、試料面には図中に示す $x$ 軸に沿って凹凸があり、試料面で反射した光線の撮像面における複素振幅は $E_s e^{ik(L-h(x))}$ となる。ここで $E_r$ と $E_s$ は実数、 $L$ は基準平面で反射した光線の光路長、 $L-h(x)$ は試料面で反射した光線の光路長、 $k=2\pi/\lambda$ は波数を表す。以下の問1~4に答えなさい。

問1 撮像面に到達した光線の強度を $I(x) = a + b \cos(kh(x))$ と表わす場合、 $a$ と $b$ を求めなさい。

問2  $h(x)$ が図2(a), (b)のように与えられた場合、 $I(x)$ の概形をそれぞれ図示しなさい。

$|h(x)| < \lambda/2$ の場合、 $I(x)$ の変化量は小さく、 $I(x)$ から $h(x)$ の値を正確に求めることが難しい。このような場合に $h(x)$ を求める方法について考える。

問3 基準平面の位置を半透鏡に向かって一定速度 $v$ で動かす。移動をはじめてから時間 $t$ 経過したとき、撮像面で観測される光線の強度 $I(x, t)$ を求めなさい。ただし、 $v$ は光速 $c$ に比べて十分小さく、基準平面で反射した光線の光路長を $L - 2vt$ としてよい。

問4 問3で求めた $I(x, t)$ を用いて、半波長よりも小さい $h(x)$ を求める方法を説明しなさい。

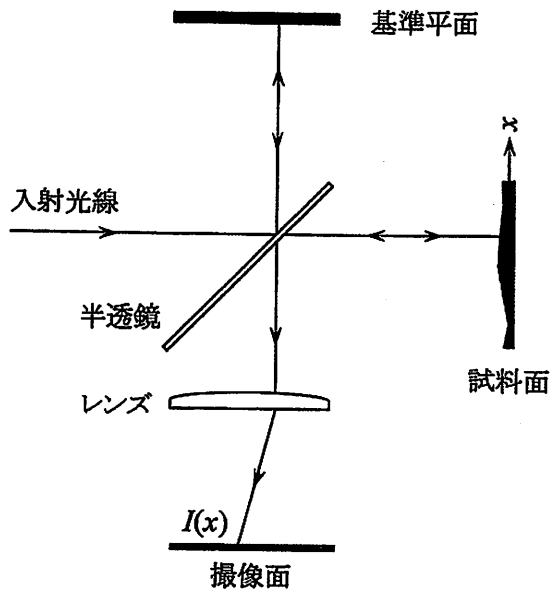


図 1

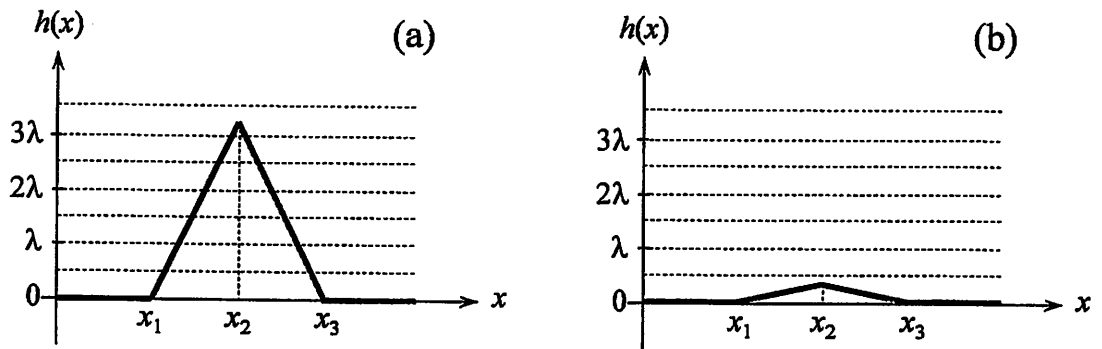


図 2