

2022年7月2日

物理 試験問題

(120分)

[注意事項]

- 1) 問題は I, II の 2 問あります。2 問すべてに解答すること。
- 2) 解答は問題毎に別の解答用紙 (計 2 枚) に記入すること。
各解答用紙に受験番号と氏名, 問題番号を記入すること。
- 3) 試験開始後は退室できません。

I

次のポテンシャルエネルギー $U(x)$ のもとでの質点 (質量 m) の 1 次元運動を考える。以下の問 1~6 に答えなさい。問題の解答に必要な物理量があれば、それを表す記号は各自が定義し、解答用紙に明示しなさい。また、解答の導出過程も示しなさい。

$$U(x) = -ax^2 + bx^4 \quad (a > 0, b > 0)$$

問 1 $U(x)$ のグラフを描きなさい。グラフは特徴がわかるように概略を描けばよい。

問 2 質点の力学的エネルギーを E とする。速度 $\frac{dx}{dt}$ を $E, U(x), m$ を用いて書き表しなさい。

問 3 $E > 0$ の場合に、運動が可能な x の領域を a, b, E を用いて表し、それを問 1 のグラフの中に書きなさい。(運動が可能な領域の端点で速度がどのような値をとるかを考えるとよい。) 次に $E < 0$ の場合に、運動が可能であるための E の下限値を求めなさい。 $E < 0$ で運動が可能な x の領域を a, b, E を用いて表し、それを問 1 のグラフの中に書きなさい。

問 4 $E > 0$ の場合の運動の周期 $T(E)$ が次のように与えられることを示しなさい。

$$T(E) = \sqrt{8m} \int_0^{x_1(E)} \frac{dx}{\sqrt{E - U(x)}}$$

ここで $x_1(E)$ は運動領域の正の側の限界である。

問 5 $E \geq 0$ の場合に、質点にはたらく力の絶対値が最小になる x の値とそのときの力の大きさを答えなさい。また E を正の側からゼロにしたとき ($E \rightarrow +0$), 速度がゼロになる x の値を答えなさい。

問 6 E を正の側からゼロに近づけると、 $T(E)$ が

$$T(E) \propto \log\left(\frac{1}{E}\right)$$

のように対数発散することを示しなさい。また $E \rightarrow +0$ で発散が起こる理由を問 5 の結果をもとにして説明しなさい。必要なら次の公式を用いなさい。

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + A}} = \log\left(x + \sqrt{x^2 + A}\right)$$

II

以下の問1~3に答えなさい。問題の解答に必要な物理量、物理定数があれば、それを表す記号は全て各自が定義し、解答用紙に明示しなさい。また、解答の導出過程も示しなさい。

問1 真空中の電磁場に関する以下の(1)~(4)の基本法則を表す式を、それぞれ積分形と微分形で書き表しなさい。ただし、電場、磁束密度、電荷密度、電流密度をそれぞれ E , B , ρ , i とする。また、真空中の誘電率と透磁率をそれぞれ ϵ_0 , μ_0 とする。

- (1) 電場に関するガウスの法則
- (2) 磁場に関するガウスの法則
- (3) マクスウェル-アンペールの法則
- (4) ファラデーの電磁誘導の法則

問2 真空中におかれた無限に長い直線上に単位長さ当たり λ で一様に分布した電荷が直線から距離 r の位置につくる電場 E の大きさと向きを次の2通りの方法で求めなさい。必要ならば、解答に図を用いて説明してもよい。

- (1) 直線を微小な部分に分割し、その微小電荷がつくる電場を直線全体で積分して求めなさい。
- (2) 電場に関するガウスの法則を用いて求めなさい。

次に直線を無限に長い導線にかえ定常電流 I を流した。導線から距離 r の位置の磁束密度 B の大きさと向きを以下の2通りの方法で求めなさい。必要ならば、解答に図を用いて説明してもよい。

- (3) ビオ・サバールの法則を用いて求めなさい。
- (4) アンペールの法則を用いて求めなさい。

問3 図1のような電圧 V の電池、抵抗 R の抵抗器、インダクタンス L のコイル、および切り替えスイッチ S からなる回路について考える。

- (1) はじめにスイッチを a 側に入れ、電流が回路に流れるはじめるときの時間変化を観測した。電流の時間変化を $I(t)$ とし、スイッチを入れた時刻を $t=0$ とする。コイルに生じる誘導起電力を式で書き表し、抵抗器に生じる電位差を求めなさい。また、これらの関係から $I(t)$ を求めなさい。

- (2) (1) の操作から十分時間が経過してから、スイッチを b 側に切り替えた。あらためてこの時刻を $t = 0$ とし、回路に流れる電流の時間変化を求めなさい。
- (3) (1), (2) で求めた電流の時間変化の概略を図示しなさい。
- (4) この回路に用いた電池の電圧は 1.5 V 、抵抗器の抵抗は 10Ω 、コイルのインダクタンスは 5.2 mH (ミリヘンリー) であった。この回路の時定数を有効数字 2 桁で求めなさい。また、電圧、抵抗、インダクタンスの単位をそれぞれ $[\text{m}]$ (メートル), $[\text{kg}]$ (キログラム), $[\text{s}]$ (秒), $[\text{A}]$ (アンペア) を用いて書き表し、時定数の単位が $[\text{s}]$ であることを示しなさい。

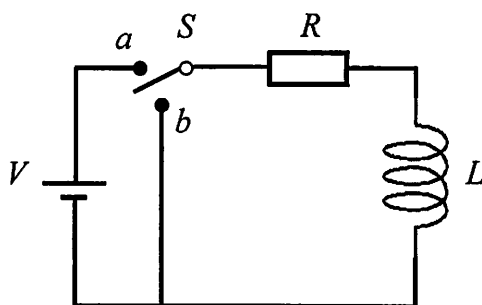


図 1: 回路