

# 物理 I 試験問題

(150分)

## [注意事項]

- 1) 問題は I~IV の 4 問あります。4 問すべてに解答すること。
- 2) 解答は問題毎に別の解答用紙（計 4 枚）に記入すること。ただし，問題 IV は作図用の別紙解答用紙（グラフ用紙）が 1 枚あります。解答用紙およびグラフ用紙に受験番号と氏名，問題番号を記入すること。
- 3) 試験開始後は退出できません。

# I

質量  $m$  で半径  $R$  の一様な球形のおもりを、質量が無視できる長さ  $h$  の針金で吊るした振り子を考える。以下の問 1～問 5 に答えなさい。解答には導出過程も示しなさい。重力加速度を  $g$  とする。

- 問 1  $R \ll h$  であれば、この振り子を長さ  $l = h + R$  の単振り子とみなすことができる。時刻  $t = 0$  に鉛直に対して微小角  $\theta_0$  の位置から速度 0 で運動を開始させたところ、単振り子は角振動数  $\omega_0$  の単振動を始めた。 $\omega_0$  と、時刻  $t$  における鉛直からの振れ角  $\theta(t)$  を求めなさい。
- 問 2 問 1 の単振動においてエネルギー保存を示しなさい。
- 問 3  $R \ll h$  とみなせない場合、振り子の単振動に対するおもりの慣性モーメントの寄与を無視できなくなる。球形のおもりについて、重心周りの慣性モーメントを定義に従って導出しなさい。また、この場合の振り子の単振動の角振動数  $\omega$  を求めなさい。

以下では、地球の自転が単振り子の単振動に与える影響について考える。

- 問 4 図 1 のように、地球の中心  $O$  を原点とする直交座標系（慣性系）と、地上の実験室  $O'$  を原点とする直交座標系（非慣性系）を考え、それぞれの座標系における地表付近のある点の位置ベクトルを  $\vec{r}$ ,  $\vec{r}'$  と表す。また、慣性系での  $O'$  の位置ベクトルを  $\vec{r}_0$  とする。地球が  $z$  軸の周りに角速度  $\vec{\omega}_E$  で回転している時、地表付近にある質量  $M$  の物体に対して観測されるコリオリ力と遠心力が、それぞれ  $-2M\vec{\omega}_E \times \frac{d'\vec{r}'}{dt}$ ,  $-M\vec{\omega}_E \times (\vec{\omega}_E \times \vec{r}_0)$  となることを示しなさい。ただし、 $\frac{d'}{dt}$  は、地上の実験室の座標系に対する時間微分を表す。必要であれば、慣性系に対してベクトル  $\vec{A}$  が角速度  $\vec{\omega}$  で回転しているとき、慣性系に対する時間微分が  $\frac{d\vec{A}}{dt} = \frac{d'\vec{A}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{A}$  と表されることを用いてよい。
- 問 5 フーコーは、パリ（北緯  $48^\circ$ ）のパンテオンにおいて、質量  $m = 28 \text{ kg}$  のおもりを持つ長さ  $l = 67 \text{ m}$  の振り子を用いて、単振動の振動面が時間変化していく様子を観察した。単振動の振幅が  $1.3 \text{ m}$  である場合、振動面の端点が 1 時間で円周上をどれだけ移動するか有効数字 1 桁で求めなさい。必要であれば  $\sin 48^\circ \cong 0.74$  を用いてよい。なお、北緯  $\alpha$  にある実験室では、コリオリ力によって単振動の振動面が角速度  $|\vec{\omega}_E'| \sin \alpha$  ( $\vec{\omega}_E'$  は実験室座標系での地球の自転の角速度) で回転する。

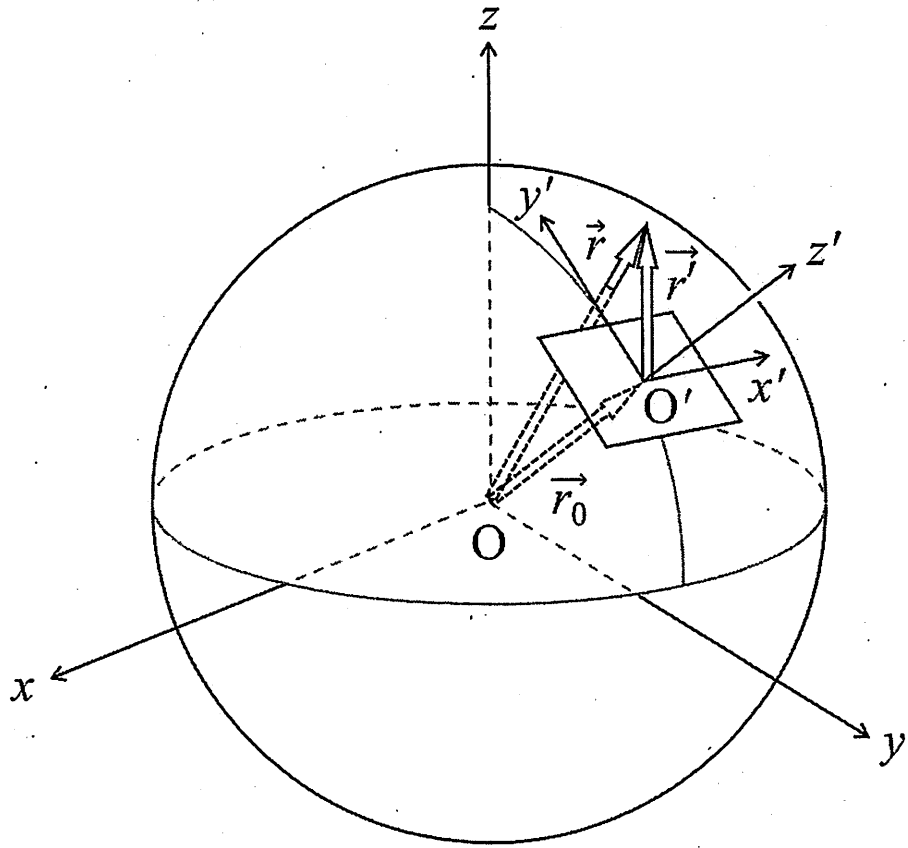


图 1

## II

真空中において、距離  $d$  離れた二つの正電荷  $q_a, q_b$  の間に働く力について考える。真空中の誘電率を  $\epsilon_0$ 、透磁率を  $\mu_0$  とし、以下の問 1～問 5 に答えなさい。解答には導出過程も示しなさい。また、必要な物理量があれば各自で定義して用いてもよい。

- 問 1 実験室系において二つの電荷が静止している時、それぞれの電荷に働く力の大きさと方向を求めなさい。
- 問 2 次にこの二つの電荷が電荷間の距離を保ったまま、実験室系から見て電荷を結ぶ直線に対し垂直方向に同じ速度  $\vec{v}$  で等速運動する場合を考える。電荷  $q_a$  が微小時間の間に  $\Delta\vec{r}$  変位することにより生じる電流要素  $I_a\Delta\vec{r}$  と、電荷と速度の関係を表しなさい。ただし、電荷の持つ速度は光速に比べて十分小さなものとする。
- 問 3 実験室系において、問 2 の電流要素によって作られる磁束密度の、電荷  $q_b$  の位置における大きさと方向を求めなさい。また、この磁場が電荷  $q_b$  に及ぼすローレンツ力の大きさと方向を求めなさい。
- 問 4 実験室系において、問 3 で求めたローレンツ力の大きさと静電気力の大きさの比を求めなさい。
- 問 5 電荷と一緒に等速運動する慣性系から見ると、二つの電荷は静止しており、問 3 で求めた磁場による力は生じない。実験室系で見るとこの違いが生じる原因を問 4 の結果も参考にしながら 5 行以内で定性的に説明しなさい。

### III

気体分子の運動エネルギーと温度の関係を考え、大気に関して以下の問1～問5に答えなさい。解答には導出過程も示しなさい。

問1 気体分子の運動を考えると、分子の持つ運動エネルギーと圧力 $p$ が比例することが導かれる。さらに、状態方程式を考えることで気体の温度が分子の持つ運動エネルギーの平均値と比例することが知られている。質量 $m$ の気体分子に関して、ボルツマン定数 $k_B = R/N_A$ を用いて

$$\left\langle \frac{1}{2}mv^2 \right\rangle = \frac{3}{2}k_B T$$

と表されることを示しなさい。ここで、 $\langle \rangle$ は平均を表し、 $v$ は分子の速さ、 $R$ は気体定数、 $N_A$ はアボガドロ数、 $T$ は気体の温度である。

次に、この気体分子の地表から上空にかけての性質を重力があるものとして考える。気体分子の定積モル比熱を $C_V$ 、定圧モル比熱を $C_P$ とする。また、重力加速度 $g$ の $h$ 依存は無視してよい。

問2 地表からの高さ $h$ における気体の数密度を $\rho(h)$ として、 $h$ から $h + \Delta h$ の間の気体のつりあいを考え、 $\frac{dp}{dh}$ を求めなさい。

問3 気体を地上から断熱的にある高さまで移動させることを考えて、 $\frac{dT}{dp}$ を求めなさい。

問4 地表での温度 $T_0$ を用いて、 $T(h) = T_0 - mg \frac{N_A}{C_P} h$ と表されることを示しなさい。

問5 地表での数密度 $\rho_0$ を用いて、 $\rho(h)$ を表しなさい。

## IV

セシウムの放射性同位体の一つ  $^{137}\text{Cs}$  は、半減期約 30.17 年で最終的に  $^{137}\text{Ba}$  に崩壊し、この過程で 662 keV のガンマ線を放出する。この  $^{137}\text{Cs}$  を使った実験について、以下の問 1～問 3 に答えなさい。

- 問 1 実験に使う  $^{137}\text{Cs}$  線源を調べたところ、1976 年に製造され、この年の 5 月 22 日に毎秒  $3.7 \times 10^6$  個のガンマ線を放出していたとの記録があった。今日現在、毎秒何個のガンマ線を放出しているか、有効数字 2 桁で答えなさい。
- 問 2 上記の  $^{137}\text{Cs}$  線源から 10 cm 離れたところにガンマ線の検出器を置き、1 分間のガンマ線の計数を測定したところちょうど 10000 カウントあった。次に、線源と検出器の間に、厚さ 5 mm の鉛板を一枚ずつ入れ、同様の測定を行ったところ、鉛板の枚数に対して計数の値が表 1 のようになった。鉛板の厚さと計数の関係を、別紙解答用紙（グラフ用紙）に記入しなさい。なおグラフ作成にあたっては、縦軸・横軸の名称、目盛り、単位なども明記しなさい。また、グラフ中に概算の誤差棒（ $\pm 1\sigma$ ）も記入しなさい。

表 1: 5 mm 厚の鉛板の枚数と計数の関係

枚数	0	1	2	3	4	5	6	7	8
計数	10000	5743	3490	2089	1295	718	449	271	181

- 問 3 表 1 の結果から、鉛板の 662 keV のガンマ線に対する吸収係数 [ $\text{cm}^{-1}$ ]、及び質量吸収係数 [ $\text{cm}^2/\text{g}$ ] を有効数字 1 桁で求めなさい。なお、鉛板の密度は  $11 \text{ g}/\text{cm}^3$  とし、自然対数の底は 2.72 とする。