

2021年7月3日

物理 試験問題

(120分)

[注意事項]

- 1) 問題は I ~ III の 3 問あります。3 問すべてに解答すること。
- 2) 解答は問題毎に別の解答用紙（計 3 枚）に記入すること。
各解答用紙に受験番号と氏名，問題番号を記入すること。
- 3) 試験開始後は退室できません。

I

原点を O , 位置ベクトルを r とし, 力 $F(r)$ を受けて運動する質量 m の質点を考える。角運動量と中心力に関する以下の問 1~6 に答えなさい。

- 問 1 質点が点 $P(\overrightarrow{OP}=r)$ において速度 v をもつとき, 原点 O に関する角運動量 L の表式を書きなさい。
- 問 2 運動方程式から角運動量 L と原点まわりの力のモーメント N との関係式を導きなさい。
- 問 3 質点に働く力が保存力である条件を 1 つあげなさい。質点に働く力の作用線がつねに空間のある 1 点 (原点にとる) を通るような力のことを中心力という。中心力 $F(r) = f(r)r/r$ は保存力であることを示しなさい。
- 問 4 中心力を受けて運動する質点の角運動量は一定に保たれることを示しなさい。
- 問 5 中心力を受けて運動する質点は一定の平面内にとどまることを示しなさい。
- 問 6 ニュートンは惑星運動に関するケプラーの法則を説明するために万有引力を導入し, 惑星の運動がどのようにして起こるのかを明らかにした。円軌道の場合について, ケプラーの第 3 法則を用いて万有引力が $1/r^2$ に比例することを導きなさい。
(ケプラーの第 3 法則: 公転周期の 2 乗は楕円軌道の長半径の 3 乗に比例する。)

II

半径 a の円柱状の導体棒の外側を半径 b ($a < b$) の薄い導体パイプがおおっている。導体棒と導体パイプは十分長く、中心軸は一致しているものとする。また、導体棒と導体パイプの間、および導体パイプの外側は真空であるとする。真空の誘電率を ϵ_0 とし、以下の問 1~5 に答えなさい。

問 1 導体棒に電流 I 、導体パイプに反対向きの電流 $-I$ を軸方向に流す。電流はそれぞれ一様な密度で流れるものとする。そのとき生じる磁場 H の向きと、中心軸からの距離 r の関数としての大きさ $H(r)$ を求め、 $H(r)$ をグラフに示しなさい。

次に、中心部分が導体棒ではなく、同じ半径 a の帯電棒である場合を考える。帯電棒に単位長さあたり λ (> 0) の電荷を与え、導体パイプに単位長さあたり $-\lambda$ の電荷を与えた。電荷は帯電棒内部と導体パイプにそれぞれ一様に分布しているものとする。

問 2 この系に生じる電場 E の向きと、中心軸からの距離 r の関数としての大きさ $E(r)$ を求め、 $E(r)$ をグラフに示しなさい。

問 3 帯電棒表面を基準とした導体パイプの電位を求めなさい。

問 4 さらに、帯電棒の中心軸に垂直で中心軸を通る直線状の細い穴をあける。また、その直線の延長線上にある導体パイプにも小さい穴をあける。質量 m 、電荷 q (> 0) の荷電粒子を帯電棒表面の穴の位置 ($r = a$) に置いてそっと離す。その後、荷電粒子はどのような運動をするか調べなさい。ただし、穴の径は十分小さく、穴の影響は無視できるものとする。また、重力の影響も無視してよいものとする。

問 5 問 4 において、荷電粒子の電荷が負 ($q < 0$) である場合、荷電粒子はどのような運動をするか調べなさい。

III

以下の問1~3に答えなさい。解答に必要な物理量があれば各自が定義し、解答用紙に明示しなさい。

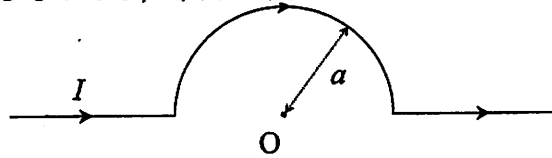
問1 ベクトルを $A = (A_x, A_y, A_z)$, $B = (B_x, B_y, B_z)$, および $C = (C_x, C_y, C_z)$ とする。以下の小問にベクトルの成分を用いて答えなさい。

- (1) $A \times B$ の各成分の表式を書きなさい。
- (2) A と B のなす角度を θ とするとき、 $\cos \theta$ の表式を書きなさい。
- (3) A, B, C を辺とする平行6面体の体積の表式を書きなさい。
また、次の等式が成り立つことを示しなさい。

$$A \cdot (B \times C) = B \cdot (C \times A) = C \cdot (A \times B)$$

問2 電流がつくる磁束密度に関する以下の小問に答えなさい。

- (1) ビオ・サバルの法則の表式を書きなさい。
- (2) 図のような導線に電流 I を流す。このとき点 O における磁束密度の向きと大きさを、ビオ・サバルの法則を用いて求めなさい。ただし両端の直線電流は無限に続いているものとし、半円の半径は a とする。



問3 熱力学に関する以下の小問に答えなさい。

- (1) なめらかに動くピストン付きシリンダー内に理想気体を封じ込めた。ピストンは熱を通さず、ピストンとシリンダーの熱容量は無視できるものとする。シリンダー内の気体の体積が次のようにして増加するとき、気体の温度はそれぞれどのように変化するか理由とともに答えなさい。
 - (a) シリンダー内の気体の圧力が一定のままでピストンが移動して、気体の体積が増加する。
 - (b) シリンダーを断熱材で囲み、外部の圧力をわずかに下げることでピストンが移動して、気体の体積が増加する。
 - (c) シリンダーを断熱材で囲み、コックを介して断熱材に囲まれた真空容器につなげて、コックを開くことで気体の体積が増加する。
- (2) 次の記述は正しいか誤りがあるか答え、その理由を熱力学的に説明しなさい。
「夏の暑い日に、オフィスや家庭でみんな一斉にエアコンをつけて冷房すると、全体として熱量が吸収され、その分だけ街全体の平均気温が下がる。」